

IL CALCOLO COMBINATORIO

PRINCIPIO FONDAMENTALE DEL CALCOLO COMBINATORIO: se una procedura può essere realizzata in n_1 modi diversi e se, dopo questa procedura, una seconda procedura può essere realizzata in n_2 modi diversi e se, dopo questa procedura, una terza procedura può essere realizzata in n_3 modi diversi ecc., allora il numero di modi in cui la procedura complessiva può essere realizzata nell'ordine indicato è $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots$

PERMUTAZIONI SEMPLICI: si dicono permutazioni di n elementi distinti, tutti i possibili raggruppamenti costituiti in modo che ognuno di essi contenga tutti gli elementi e differisca dagli altri per l'ordine in cui sono disposti gli n elementi

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

PERMUTAZIONI CON RIPETIZIONE: si dicono permutazioni con ripetizione di n elementi, tutti i possibili raggruppamenti costituiti in modo che ognuno di essi contenga n elementi e differisca dagli altri per l'ordine in cui sono disposti gli n elementi. Se tra gli n elementi, un elemento è ripetuto α volte, un altro β volte, ecc., risulta:

$$P_n(\alpha, \beta, \dots) = n! / (\alpha! \cdot \beta! \dots)$$

DISPOSIZIONI SEMPLICI: si dicono disposizioni semplici di $n \in \mathbf{N}$ elementi distinti di classe k , con $k \leq n$, tutti i possibili raggruppamenti che si possono formare con gli n elementi in modo che ogni raggruppamento contenga k elementi tutti distinti tra loro e che due raggruppamenti differiscano tra loro per qualche elemento oppure per l'ordine degli elementi:

$$D_{n,k} = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) = n! / (n-k)!$$

DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE: si dicono disposizioni con ripetizione di $n \in \mathbf{N}$ elementi distinti di classe $k \in \mathbf{N}$, tutti i raggruppamenti che si possono formare con gli n elementi, in modo che ogni raggruppamento ne contenga k , ma ogni elemento può essere ripetuto nei vari gruppi k volte e in modo che ogni raggruppamento differisca dagli altri per qualche elemento oppure per l'ordine degli elementi

$$D'_{n,k} = n^k$$

COMBINAZIONI: si dicono combinazioni di $n \in \mathbf{N}$ elementi distinti di classe $k \in \mathbf{N}$, tutti i raggruppamenti che si possono formare con k degli n elementi, in modo che i raggruppamenti differiscano fra loro per almeno un elemento (l'ordine è irrilevante).

$$C_{n,k} = D_{n,k} / k! = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) / k! = n! / (n-k)!k!$$

[Le combinazioni corrispondono ai Coefficienti Binomiali ovvero a quei numeri definiti così: $\binom{n}{r} = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) / k!$, utili in particolare per determinare lo sviluppo della potenza di un binomio. Ai fini pratici è importante ricordare che $\binom{n}{0} = 1$ e che $\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}$]

COMBINAZIONI CON RIPETIZIONE: si dicono combinazioni con ripetizione di $n \in \mathbf{N}$ elementi distinti di classe $k \in \mathbf{N}$, tutti i raggruppamenti che si possono formare con k degli n elementi, in modo che i raggruppamenti differiscano fra loro per almeno un elemento, oppure per il numero di volte con cui uno stesso oggetto può essere ripetuto.

$$C'_{n,k} = n(n+1)(n+2) \dots (n+k-1) / k!$$